Տնտեսական զարգացման և հետազոտությունների կենտրոն

ԷԿՈՆՈՄԵՏՐԻԿԱ
Ավտոկորելյացիա, ստացիոնարություն, դետերմինացիայի գործակից

Տնտեսական զարգացման և հետազոտությունների կենտրոն

Ելենա Մանուկյան

Երևան - 2010

ՀՀ Էկոնոմիկայի նախարարություն

Գերմանական տեխնիկական համագործակցության ընկերություն

Ավտոկորելյացիա

- Ժամանակային շարքերի ռեգրեսիոն մոդելներին բնորոշ հատկանիշը՝ մնացորդների՝ իրենց լագավորված արժեքների հետ կորելացված լինելն է:
- Պատճառն այն է, որ ժամանակային շարքերի դեպքում, որպես կանոն, ուսումնասիրվող ցուցանիշի ընթացիկ արժեքը պայմանավորված է նախորդող ժամանակահատվածներում իր ընդունած արժեքներով: Դրանով խախտվում է դասական ռեգրեսիոն մոդելի հիմնարար ենթադրություններից մեկը:
- Դասական ռեգրեսիոն մոդելի պայմանների խախտում է տեղի ունենում նաև, երբ մոդելի աջ մասում, որպես ռեգրեսոր, հանդես են գալիս բացատրվող փոփոխականի լագավորված արժեքները, այլ կերպ, կազմում են ավտոռեգրեսիոն պրոցես, որի դեպքում **ռեգրեսորները և սխալները կորելացված են**:

Ավտոկորելյացիա (2)

- Կիրառվող թեստեր.
  - ✓ Դարբին – Վաթսոնի թեստ (DW),
  - ✓ Լյունգ-Բոքսի Q-թեստը

    View / Residual Test / Correlogram - Q-Statistica.
  - ✓ Բրեուշ-Գոդֆրիի՝ Լագրանժի բազմապատկիչների (LM) թեստը

    View / Residual Test / Serial Correlation LM Test.

- Ավտոկորելյացիայի առկայության դեպքում պետք է բացատրել մնացորդների վարքագիծը՝ կազմելով
  - ✓ ավտոռեգրեսիոն մոդել՝ AR(r),
  - ✓ սահող միջինով մոդել՝ MA(q),
  - ✓ սահող միջինով ավտոռեգրեսիոն մոդել՝ ARMA(r,q):

Ավտոկոռելյացիա (3)

- Սահող միջինով մոդելներում մոդելավորվող մեծությունը տրվում է նախորդ սխալների ֆունկցիայով:

q կարգի $MA(q)$ սահող միջինի մոդելը հետևյալն է.

$$y_t = \alpha_0 + \varepsilon_t + \alpha_1\varepsilon_{t-1} + \alpha_2\varepsilon_{t-2} + \ldots + \alpha_q\varepsilon_{t-q} \qquad t = \overline{1,n}$$

- Ավտոռեգրեսիոն մոդելներում մոդելավորվող մեծությունը տրվում է որպես ֆունկցիա նույն մեծության նախորդող արժեքներից:

r կարգի $AR(r)$ ավտոռեգրեսիոն մոդելը հետևյալն է.

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2} + \ldots + \beta_r y_{t-r} + \varepsilon_t \qquad t = \overline{1,n}$$

- $(r,\ q)$ կարգի սահող միջինով ավտոռեգրեսիոն մոդելը՝ ARMA(r,q) հետևյալն է.

$$y_t = \gamma_0 + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2} + \ldots + \beta_r y_{t-r} + \alpha_1\varepsilon_{t-1} + \alpha_2\varepsilon_{t-2} + \ldots + \alpha_q\varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t \qquad t = \overline{1,n}$$

որտեղ $\varepsilon_t \sim iid(0,\sigma^2)$ անկախ, նույնկերպ բաշխված պատահական մեծություն է, որը կոչվում է «սպիտակ աղմուկ»:

Ստացիոնարություն

- Էկոնոմետրիկական հետազոտությունների բազմաթիվ մեթոդներ հիմնված են ուսումնասիրվող շարքերի ստացիոնար լինելու ենթադրության վրա: Սակայն ստացիոնարությունը՝ ժամանակային շարքերի հետազոտությունների դեպքում ընդհանրապես հազվադեպ հանդիպվող երևույթ է:

- Ոչ ստացիոնար ժամանակային շարքերի հետ աշխատելիս կապ, ընդ որում՝ նշանակալի, կարելի է հայտնաբերել այնտեղ, որտեղ այն իրականում չկա՝ օրինակ երկու անկախ ցուցանիշների շարքերի միջև՝ «կեղծ ռեգրեսիա»: Որպես արդյունք, ՓՔ եղանակով ստացված գնահատականները վստահելի չեն:

Ստացիոնարություն (2)

- y_t պրոցեսը կոչվում է **թույլ ստացիոնար** (կամ **ստացիոնար լայն իմաստով**), եթե նրա միջինը և դիսպերսիան կախված չեն դիտարկվող ժամանակի ընտրությունից, իսկ կովարիացիան կախված է միայն դիտարկումների միջև լագի ընտրությունից.
$$E(y_t) = \mu, \quad V(y_t) = \gamma_0, \quad Cov(y_t, y_{t-k}) = \gamma_k :$$

- Ստացիոնար և ոչ ստացիոնար շարքերի միջև կա էական տարբերություն: Ստացիոնար շարքի վրա որևէ արտաքին շոկի միանվագ ազդեցությունը ժամանակավոր բնույթ է կրում: Ժամանակի ընթացքում ազդեցությունը չեզոքանում է և ժամանակային շարքի արժեքները նորից մոտենում են իրենց երկարաժամկետ միջին արժեքին:

Ստացիոնարություն (3)

- Սահող միջինի պրոցեսը միշտ ստացիոնար է:

- Ստացիանար է նաև «սպիտակ աղմուկի» պրոցեսը.

$\varepsilon_t \sim iid(0,\sigma^2) \quad t=\overline{1,n}$; $\gamma_k = 0 \;\; k>0$:

- Ստացիոնարության ստուգման համար կիրառվում է **Դիկի-Ֆուլերի միավոր արմատի թեստը (Unit Root Test):**

Ստացիոնարություն (4)

- ԴՖ թեստը նախատեսված է ոչ միայն շարքի, այլ նաև նրա հաջորդական աճող տարբերություններում ստացիոնարության առկայությունը կամ բացակայությունը ստուգելու համար: Թեստի միջոցով կարող է ստուգվել շարքի **ինտեգրման կարգը**:

- Շարքը կոչվում է **k կարգի ինտեգրվող՝ I(k)**, եթե այն և իր բոլոր k-1 կարգի տարբերություններով շարքերը ստացիոնար չեն, սակայն k կարգի տարբերություններով շարքը ստացիոնար է:

- Թեստերի կատարման ժամանակ արժեքավոր տեղեկատվություն են տալիս Ակայկեի և Շվարցի տեղեկատվական չափանիշները:

Ակայկեի և Շվարցի տեղեկատվական չափանիշներ

- Համաձայն այս չափանիշների երկու մոդելներից պետք է ընտրվի ավելի փոքր տեղեկատվական չափանիշ ունեցողը:

- Սակայն արժե հիշել, որ ընտրություն կատարելու առաջնային պայմանը մոդելների, ընդհանրապես, համեմատելի լինելն է, այսինքն, բացատրվող փոփոխականը համեմատվող մոդելներում պետք է ունենա նույն չափողականությունը: Դա նշանակում է, որ եթե մոդելներից մեկի բացատրվող փոփոխականը y-ն է իսկ մյուսինը՝ ln(y)-ը, տեղեկատվական չափանիշների կիրառումն անընդունելի է

Դետերմինացիայի գործակիցը

$$R^2 = \frac{ESS}{TSS} = \frac{\sum_{t=1}^{n}\left(\hat{Y}_t - \bar{Y}\right)^2}{\sum_{t=1}^{n}\left(Y_t - \bar{Y}\right)^2} = 1 - \frac{\sum_{t=1}^{n}\left(Y_t - \hat{Y}_t\right)^2}{\sum_{t=1}^{n}\left(Y_t - \bar{Y}\right)^2} = 1 - \frac{RSS}{TSS}$$

որտեղ

ESS՝ estimated sum of squares,

RSS – residual sum of squares:

- Ցույց է տալիս, թե կախյալ փոփոխականի դիսպերսիայի ո՞ր մասն է բացատրվում ռեգրեսիոն մոդելով:
- Պատկանում է [0, 1] հավածʼին միայն այն դեպքում, երբ մոդելում ընդգրկված է հաստատուն անդամը:
- Զգայուն է փոփոխականների թվի նկատմամբ. մեխանիկական աճ է արձանագրում նույնիսկ եթե մոդելում որպես բացատրող փոփոխական ավելացվում է ոչ էական գործոնը:
- Եթե մոդելն ունի 2 և ավել գործոն, պետք է հաշվարկվի դետերմինացիայի ուղղված կամ, այլ կերպ, ճշգրտված գործակիցը, որտեղ ճշգրտումն արվում է ըստ փոփոխականների թվի: